Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model decembrie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1)** Știind că $\alpha^2+\alpha+1=0,\ \alpha\in\mathbb{C}$, calculați α^{2025}.

5p **2)** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-a$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=x^2+x+1$, unde a este număr real. Determinați valoarea numărului real a, știind că $(f\circ g)(x)>0$, pentru orice număr real x.

5p **3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2^x+5}+\sqrt{2^x-3}=4$.

5p **4)** Determinați probabilitatea ca alegând o funcție din mulțimea funcțiilor $f:\{1,2,3\}\to\{0,1,2,3,4,5\}$ aceasta să fie strict monotonă.

5p **5)** Se consideră punctele $A(1,3), B(0,5)$ și punctul C situat pe dreapta de ecuație $y=x$. Determinați coordonatele punctului C știind că triunghiul ABC este dreptunghic în B.

5p **6)** Calculați $\cos\left(\frac{5\pi}{2}-2x\right)$ știind că $\sin x=\frac{3}{5}$ și $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1) Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m+1 & 1 & 1\\ 1 & m+1 & 2\\ 1 & 1 & m\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}(m+1)x+y+z=3\\ x+(m+1)y+2z=2\\ x+y+mz=m+2\end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A(m)=m(m-1)(m+3)$, pentru orice m număr real.

5p **b)** Demonstrați că, pentru orice m număr real, sistemul de ecuații are cel mult o soluție.

5p **c)** Determinați numărul întreg m pentru care există x_0 și z_0, numere reale, astfel încât $(x_0,-1,z_0)$ să fie soluție a sistemului de ecuații.

2) Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\frac{xy}{x+y}$.

5p **a)** Calculați $\frac{1}{2024}\circ\frac{1}{2025}=$

5p **b)** Arătați că legea de compoziție este asociativă.

5p **c)** Calculați $\left(\frac{1}{2}\circ\frac{1}{3}\circ\ldots\circ\frac{1}{50}\right)^{-1}$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt{x^2+x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2f(x)+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$, pentru orice x număr real.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $-\dfrac{1}{2}<f\left(\dfrac{1}{x}\right)+f(x)<1$, pentru orice $x\in[-1,0)$.

2) Se consideră funcția $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

5p **a)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $(1,\infty)$.

5p **b)** Determinați numerele reale a și b pentru care funcția $F:(1,\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=a\sqrt{x}(\ln x-b)+3$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Determinați primitiva funcției $g:(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f^2(x)$ al cărei grafic trece prin punctul $A(1,1)$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro