Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model decembrie 2024

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 puncte)

1.	Din $\alpha^2+\alpha+1=0\Rightarrow\alpha^2=-\alpha-1\Rightarrow\alpha^3=1$ $\alpha^{2025}=\left(\alpha^3\right)^{675}=1$	**3p** **2p**
2.	$\left(f\circ g\right)(x)=x^2+x+1-a$ $\left(f\circ g\right)(x)>0$ pentru orice x număr real $\Rightarrow\Delta<0\Leftrightarrow a\in\left(-\infty,\frac{3}{4}\right)$	**2p** **3p**
3.	Cu notația $2^x=t,\ t>0$ avem $\sqrt{t+5}+\sqrt{t-3}=4$ $t=4\Rightarrow x=2$ care verifică ecuația	**3p** **2p**
4.	Sunt $6^3=216$ funcții $f:\{1,2,3\}\to\{0,1,2,3,4,5\}$, deci 216 cazuri posibile Funcții strict monotone sunt $2\cdot C_6^3=40$, deci 40 de cazuri favorabile $P=\frac{40}{216}=\frac{5}{27}$	**2p** **3p**
5.	$C\in$ dreptei $y=x\Rightarrow C(x,x)$ $m_{AB}=-2,\ m_{BC}=\frac{x-5}{x}$ $AB\perp BC\Rightarrow m_{AB}\cdot m_{BC}=-1\Rightarrow$ se obține $x=10\Rightarrow C(10,10)$	**3p** **2p**
6.	$\cos\left(\frac{5\pi}{2}-2x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\sin 2x=2\sin x\cos x$ $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\Rightarrow\cos x=-\frac{4}{5}$ $\cos\left(\frac{5\pi}{2}-2x\right)=\sin 2x=2\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1.a)	$\det A(m)=m^3+2m^2-3m$ $=m\left(m^2+2m-3\right)=m(m-1)(m+3)$, pentru orice număr real m	**3p** **2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

b)	Pentru $m \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 0, 1\}$ sistemul are soluție unică	**2p**
	Pentru $m = -3$ sistemul $\begin{cases} -2x + y + z = 3 \\ x - 2y + 2z = 2 \\ x + y - 3z = -1 \end{cases}$ nu are soluții, pentru $m = 0$ sistemul $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y + 2z = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ nu are soluții, iar pentru $m = 1$ sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x + 2y + 2z = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$ nu are soluții	**3p**
c)	$(x_0, -1, z_0)$ soluție $\Rightarrow \begin{cases} (m+1)x_0 + z_0 = 4 \\ x_0 + 2z_0 = m + 3 \\ x_0 + mz_0 = m + 3 \end{cases}$	**2p**
	Din ultimele două ecuații se obține $z_0(m-2) = 0 \Leftrightarrow m = 2 \in \mathbb{Z}$ sau $z_0 = 0$. Dacă $z_0 = 0$ avem din primele două ecuații $\begin{cases} (m+1)x_0 = 4 \\ x_0 = m + 3 \end{cases} \Rightarrow m^2 + 4m - 1 = 0$, ecuație ce nu are soluție în $\mathbb{Z}$. Cum $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2$	**3p**
2.a)	$\frac{1}{2024} \circ \frac{1}{2025} = \frac{\frac{1}{2024} \cdot \frac{1}{2025}}{\frac{1}{2024} + \frac{1}{2025}} =$	**2p**
	$= \frac{1}{2024 + 2025} = \frac{1}{4049}$	**3p**
b)	$(x \circ y) \circ z = \frac{\frac{xy}{x+y} \cdot z}{\frac{xy}{x+y} + z} = \frac{xyz}{xy + xz + yz}$, pentru oricare $x, y, z \in (0, \infty)$	**2p**
	$x \circ (y \circ z) = \frac{x \cdot \frac{yz}{y+z}}{x + \frac{yz}{y+z}} = \frac{xyz}{xy + xz + yz}$, pentru oricare $x, y, z \in (0, \infty)$, deci legea de compoziție este asociativă	**3p**
c)	$x_1 \circ x_2 \circ \ldots \circ x_n = \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n} \right)^{-1}$, pentru orice $x_1, x_2, \ldots, x_n \in (0, \infty)$	**2p**
	$\left(\frac{1}{2} \circ \frac{1}{3} \circ \ldots \circ \frac{1}{50} \right) = (2 + 3 + \ldots + 50)^{-1} = \frac{1}{1274} \Rightarrow \left(\frac{1}{2} \circ \frac{1}{3} \circ \ldots \circ \frac{1}{50} \right)^{-1} = 1274$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=x'+\frac{\left(x^2+x+1\right)'}{2\sqrt{x^2+x+1}}=1+\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ $f'(x)=\frac{2\sqrt{x^2+x+1}+2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}=\frac{2f(x)+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$, pentru orice x număr real	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+x+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+1-x^2}{\sqrt{x^2+x+1}-x}$ $=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{-x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1\right)}=-\frac{1}{2}$, deci $y=-\frac{1}{2}$ este ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)>0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ $-1\le x<0\Rightarrow f(-1)\le f(x)<f(0)\Rightarrow 0\le f(x)<1\ (1)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\frac{1}{2}, \frac{1}{x}\le -1, \forall x\in[-1,0)\Rightarrow -\frac{1}{2}<f\left(\frac{1}{x}\right)\le f(-1)=0\ (2)$ Prin adunarea relațiilor (1) și (2) se obține $-\frac{1}{2}<f\left(\frac{1}{x}\right)+f(x)<1$, pentru orice $x\in[-1,0)$	**3p** **2p**
2.a)	Funcția f este continuă pe $(1,\infty)$ deci admite primitive. Fie F primitiva funcției f $\Rightarrow F'(x)=f(x)>0$, pentru orice $x\in(1,\infty)$ deci orice primitivă F a funcției f este strict crescătoare pe $(1,\infty)$	**3p** **2p**
b)	Cum $F:(1,\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=a\sqrt{x}(\ln x-b)+3$ este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F$ derivabilă pe $(1,\infty)$ și $F'(x)=f(x)$ $F'(x)=\frac{a\ln x-ab+2a}{2\sqrt{x}}=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow a=b=2\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
c)	$g(x)=\frac{\ln^2(x)}{x}=\left(\frac{\ln^3(x)}{3}\right)'$, pentru orice $x>1$. Mulțimea primitivelor funcției g este funcția $G(x)=\frac{\ln^3(x)}{3}+C$, $C\in\mathbb{R}$. Din $G(1)=1$ se obține $C=1$, deci primitiva cerută este funcția $G:(1,\infty)\to\mathbb{R}, G(x)=\frac{\ln^3(x)}{3}+1$	**3p** **2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro